

一种基于 OAM 的 FSO 误码性能的理论分析方法

徐东苓, 岳 鹏, 易 湘

(西安电子科技大学通信工程学院, 陕西西安 710071)

摘 要: 携带轨道角动量的涡旋光束在自由空间光通信信道中传输时, 信道中的湍流介质会改变涡旋光束的传播特性, 破坏波前螺旋结构, 最终直接影响通信的稳定性和可靠性. 针对现有实验研究在普适性方面的不足, 本文选取基于相干光束合成技术的高功率涡旋光束阵列为研究光源, 从理论角度出发, 建立一套完备的体系架构, 用以分析大气湍流引起的幅度和相位起伏对基于轨道角动量的自由空间光通信系统性能的影响. 应用光学外差检测, 对湍流条件下信噪比的随机分布进行详细的研究, 并基于此得到多进制相移键控调制下符号错误概率的解析表达式, 评估不同湍流信道参数、光源参数以及接收机参数对符号错误概率的影响. 结果表明, 增大阵列子光束束腰半径、阵列子光束个数, 减小阵列环状半径, 可以提高光束质量, 优化系统性能. 另外, 较小的拓扑荷数、传播距离和湍流强度以及较大的接收孔径直径使得符号错误概率较低, 对应的通信性能更佳.

关键词: 轨道角动量; 自由空间光通信; 相干光束合成; 光学外差检测; 符号错误概率

中图分类号: TN929.12 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2021)10-1934-11

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20210261

A Theoretical Analysis Method of OAM-Based FSO Error Performance

XU Dong-ling, YUE Peng, YI Xiang

(School of Telecommunication Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: When the vortex beam carrying orbital angular momentum (OAM) is transmitted in the free space optical communication (FSO) channel, the turbulent medium in which will change the propagation characteristics of the vortex beam, destroy the spiral structure of the wave-front, and ultimately directly affect the stability and reliability of communication. To make up the shortcomings of the previously experimental research in the generalization, a high-power vortex beam array based on coherent beam combining (CBC) technology is selected as the research light source, and a complete system architecture is established from a theoretical point of view to analyze the impact of the amplitude and phase fluctuations caused by atmospheric turbulence on the performance of OAM based FSO communication systems. Applying the optical heterodyne detection (OHD), the random distribution of signal-to-noise ratio (SNR) under turbulent conditions is studied in detail. Based on this, the analytical expression of symbol error probability (SEP) under the condition of M-ary Phase-Shift Keying (MPSK) has been derived, and the influence of different turbulence channel parameters, beam parameters and receiver parameters on SEP has been investigated. The results suggest that increasing the beam waist radius of the array sub-beams and the number of the array sub-beams, and reducing the ring radius of the array can improve the beam quality and optimize the system performance. In addition, the smaller topological charge, propagation distance and turbulence intensity, and larger receiver aperture diameter can make the symbol error probability lower and the corresponding communication performance better.

Key words: orbital angular momentum; free space optical communication; coherent beam combining; optical heterodyne detection; symbol error probability

1 引言

随着当下光通信技术的迅猛发展, 信息化程度的

日益加深, 人们对通信有效性和可靠性的要求大大提高. 与此同时, 光信息载体也在传统自由度(振幅、相位、频率和偏振等)中新增了轨道角动量(Orbital Angu-

lar Momentum, OAM)这一全新的自由度. OAM 可以承载任意位的信息^[1]. 然而,携带 OAM 信息的涡旋光束在自由空间光通信(Free Space Optical communications, FSO)信道中传输时会受到吸收、散射和湍流的影响^[2-4]. 吸收和散射主要由大气中的悬浮气溶胶粒子引起,会造成涡旋光束光功率的衰减,从而缩短通信距离. 而湍流即折射率的随机扰动,在大气中主要受温度波动的控制,会引起涡旋光束的强度和相位随机起伏,造成传播的涡旋光束波前发生畸变,螺旋相位结构和中空强度分布被破坏,导致其携带的信息无法被准确获知,最终造成 FSO 系统性能降低. 因此,无论从无线通信系统技术研发、产业进步等领域,还是从资源获取、国防安全等领域,研究和提升基于 OAM 的 FSO 系统性能都至关重要.

目前,在光通信系统设计中,针对系统性能的研究工作已经在湍流信道中广泛开展. Li 等人^[5]在地面站和无人机之间建立了 100m 的 OAM 双向往返链路,分析了多输入多输出(Multiple-In Multiple-Out, MIMO)均衡对飞行平台的 OAM 多路复用链路中信号的误码率(Bit Error Rate, BER)BER 的改善程度. 结果显示, MIMO 均衡有助于实现低于 7% 前向纠错限制的 BER 性能. 之后,他们进一步采用模式和空间分集的方法对大气湍流环境下 FSO 链路的性能进行了实验研究^[6]. 结果表明,当系统的发射机和接收机孔径数量有限时,在现有的空间分集方案中引入模式分集可以减小接收信号功率的变化,降低 BER,以提高系统在给定检测阈值下对湍流的抵御程度. Amhoud 等人^[7]提出基于指数调制的正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)技术以提高大气湍流环境下基于 OAM 的 FSO 传输系统的频谱效率,并通过实验验证与经典 OFDM 技术格式相比,所提技术能够显著改善误码性能. Wang 等人^[8]通过实验证明了一种基于 OAM 的发射机模式分集方案可以缓解大气湍流效应. 实验结果表明,与传统的单 OAM 模式传输相比,在中等到强湍流条件下,接收功率波动和平均误码率都有所降低. 此外, 10% 中断概率条件下所需的传输功率可放宽近 2dB. 然而,上述文献中对基于 OAM 的 FSO 系统误码性能的分析都是在短距条件下的实验环境中进行的,可实现的通信距离一般仅为数米,且得出的结论只适用于特定实验系统配置,无法做一般性规律推演. 本文考虑从理论角度出发,建立完整的误码性能分析框架. 本文的分析方法普遍适用于各类涡旋光束在大气湍流中的误码性能研究,且不受距离的限制,可以模拟更加真实的通信场景. 此外,得到的符号错误概率解析表达式为包含各种系统参数的连续随机分布式,易于对不同光源、信道、接收机参数的系统性能做一般性分析. 因此,本文

的研究在光源选择、参数选取及通信场景模拟等方面均具有较强的普适性,对后续的仿真与实验研究也具有一定的理论指导意义.

最近,相干光束合成(Coherent Beam Combining, CBC)技术因其实现高功率、高能量激光输出的同时又能保证高 OAM 光束质量的优势引起国内外研究人员的广泛研究兴趣. Wang 等人^[9,10]首次提出了使用 CBC 产生 OAM 光束的方案,研究了大气湍流对径向相干光束阵列传播特性的影响. 研究发现,强湍流环境会阻碍光学涡旋的形成或者使已经形成的光学涡旋在较短的传播距离内迅速消失,并且输出光束的能量迅速扩散,最终演变为高斯型光束. Peng 等人^[11]基于涡旋光束谱分析理论准确地预测了相干合成涡旋光束螺旋谱分量的位置及占比. 结果表明,当子光束数量 N 和目标合成拓扑荷数 l' 满足 $l' - l = \alpha' \cdot N$ (α' 为任意整数)时,拓扑荷数 l 为的螺旋谐波才会在相干合成涡旋光束中出现. Zhu 等人^[12]利用偏心高斯光束的相干叠加,引入了具有给定 OAM 模态的贝塞尔高斯(Bessel-Gaussian, BG)涡旋光束的近似表达式,并探索了其在大气湍流中的传播特性,但尚少缺与传统 BG 光束的比较分析. Yue 等人^[13]基于 CBC 技术形成了具有 16 个高斯子光束的合成 BG 光束,并与传统 BG 光束的传播特性进行比较. 研究发现,基于 CBC 的 BG 光束的强度分布在传播过程中会经历连续变化,并且在传播一段距离后,相位奇点完全消失,强度分布和相位奇异性的变化速度敏感地取决于光束参数以及大气湍流结构. 此外,基于 CBC 得到的 BG 光束的波束扩展要明显小于传统 BG 光束,并且光束能量也更为集中,因此其具有的光束质量显著优于传统 BG 光束. 据悉,现有 CBC 生成高功率涡旋光束的相关理论研究大多聚焦于光束的传播特性,而少有通信性能的分析.

综上所述,基于研究热点的考虑,本文将采用 CBC 技术生成高功率涡旋光束,并从理论角度出发,建立一套完备的体系架构用以分析光学外差检测(Optical Heterodyne Detection, OHD)条件下基于 OAM 的 FSO 系统性能. 本文的分析更具一般性,能够较为准确地模拟真实的通信场景,具有重要的理论指导价值.

2 OHD 的统计特性研究

图 1 给出了具有 OHD 功能的基于 OAM 的 FSO 系统结构. 如图 1 (a) 所示,波长为 1550nm 的连续波激光束被发送到 Mach-Zehnder 调制器. 经过调制后,给生成的高斯光束加载螺旋相位以获得携带 OAM 的涡旋光束,并通过发射孔径 R_T 发射进入大气信道中. 当 OAM 光束在大气中传输时,因受到湍流扰动的影响造成其强度和相位均发生随机起伏,从而导致光功率降低和

相位信息丢失. 之后, OAM 光束通过接收孔径 R_R 接收, 随后被馈入到外差检测, 具体表现为光信号通过光耦合器与本振信号组合并由光电检测器进行检测. 之后输出的电信号经过模数转换被记录下来以进行离线数字信号处理过程. 离线数字信号处理的过程如图 1 (b) 所示. 首先将获得的电信号转换到频域, 继而进行带通滤波再移至基带, 然后将信号转换回时域并进行下采样, 经过频偏估计及载波相位恢复, 最

后可以计算出符号错误概率 (Symbol Error Probabilities, SEP). 在相干调制的情况下, 相位波动会不可避免地破坏 OAM 光束的螺旋波前相位结构, 造成通信系统性能严重降低. 本文假设在使用外差下变频获得电信号之后, 接收机能够跟踪由湍流引起的任何相位波动, 从而执行理想的相干解调. 在此假设下, 分析接收机性能仅需要了解下变频电信号的包络统计信息.

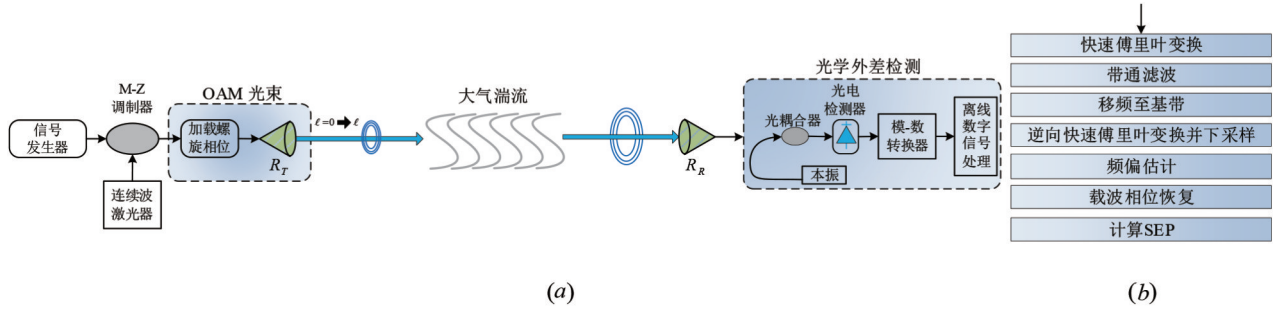


图 1 基于 OAM 的 FSO 系统结构图

本文以基于 CBC 技术的 OAM 光束作为所研究的信号光源, 其光场可表示为

$$U = |u_0| \exp[-i(2\pi f_s t + \phi_s)] = u \exp(-i2\pi f_s t) \quad (1)$$

其中, $|u_0|$, f_s 和 ϕ_s 分别为信号光源的幅值, 频率和相位; u 为光源的三维空间场.

光源的三维空间场包含了光源的幅值和相位信息. 如图 2 所示, 基于 CBC 技术得到的涡旋光束阵列由 N 个相同的高斯光束组成, 这些子光束对称地分布于半径为 R 的圆环上. 每个子光束的中心坐标 (R_{xj}, R_{yj}) 为 $(R \cos \theta_j, R \sin \theta_j)$, 其中 $\theta_j = 2\pi j/N$ 是第 j 个子光束的方位角, 半径 R 能够控制 N 个子光束之间的分隔距离.

初始涡旋光束阵列位于 $z=0$ 的输入平面, 通过轴对称光学系统传播. 对于第 j 个初始高斯子光束, 其在

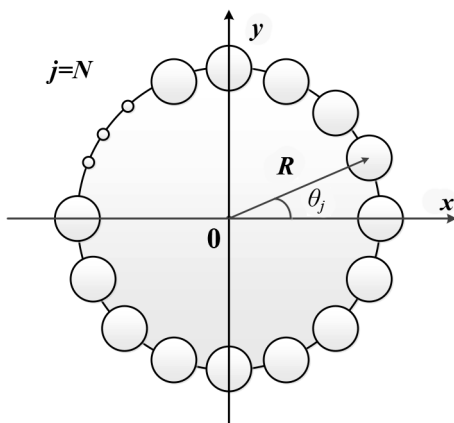


图 2 CBC 涡旋光束阵列示意图

直角坐标系中的空间光场表达式为^[14]

$$u_{CBC_j}(x_0, y_0, z=0) = W \left[(x_0 - R_{xj}), (y_0 - R_{yj}) \right] \exp(i\phi_j) \times \exp \left[-\frac{(x_0 - R_{xj})^2 + (y_0 - R_{yj})^2}{w_g^2} \right] \quad (2)$$

其中, $j=1, 2, \dots, N$ 代表子光束序列; $\phi_j = l\theta_j = 2\pi lj/N$ 为初始相位; l 为 CBC 涡旋光束阵列携带的 OAM 模式数. 每个高斯子光束具有相同的束腰 w_g . $W \left[(x_0 - R_{xj}), (y_0 - R_{yj}) \right]$ 是孔径函数, 可表示为^[15]

$$W \left[(x_0 - R_{xj}), (y_0 - R_{yj}) \right] = \begin{cases} 1, & (x_0 - R_{xj})^2 + (y_0 - R_{yj})^2 \leq b_D^2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

b_D 为孔径半径并设置 $b_D = 1.1w_g$.

利用惠更斯-菲涅耳衍射积分^[2], 输出平面 ($z=L$) 中子光束的场分布可根据输入平面中的光场分布描述为

$$u_{CBC_j}(x, y, z=L) = \frac{-ike^{ikL}}{2\pi L} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_{CBC_j}(x_0, y_0, z=0) \times e^{\frac{ik}{2L} [(x_0-x)^2 + (y_0-y)^2]} dx_0 dy_0 \quad (4)$$

其中, k 为波数. CBC 涡旋光束阵列在输出平面处的空间光场为

$$\begin{aligned}
u_{CBC}(x, y, z=L) &= \sum_{j=1}^N u_{CBC_j}(x, y, z=L) \\
&= \left(\frac{-iz_R}{L-iz_R} \right) \times e^{ikL + \frac{ikR^2}{2(L-iz_R)} + \frac{ik(x^2+y^2)}{2(L-iz_R)}} \times \sum_{j=1}^N e^{-\frac{ikR[x \cos \theta_j + y \sin \theta_j]}{L-iz_R} + i\varphi_j}
\end{aligned} \quad (5-a)$$

式(5-a)也可转换为极坐标表示

$$\begin{aligned}
u_{CBC}(r, \varphi_r, z=L) &= \left(\frac{-iz_R}{L-iz_R} \right) \times e^{ikL + \frac{ikR^2}{2(L-iz_R)} + \frac{ikr^2}{2(L-iz_R)}} \times \sum_{j=1}^N e^{-\frac{ikR[r \cos(\varphi_r - \theta_j)]}{L-iz_R} + i\varphi_j}
\end{aligned} \quad (5-b)$$

为了评估湍流的影响,需要同时考虑对数幅度起伏和相位起伏. 因此,经湍流信道传输后,CBC 涡旋光束阵列在接收平面处的空间光场表达式为

$$U_{CBC} = u_{CBC}(r, \varphi_r, L) \exp[\chi(\mathbf{r}) + iS(\mathbf{r})] \quad (6)$$

式(6)中, $u_{CBC}(r, \varphi_r, L)$ 为未受湍流影响的CBC 涡旋光束阵列传播一定距离 L 后的空间光场(式(5)); $\chi(\mathbf{r})$ 和 $S(\mathbf{r})$ 分别为湍流扰动引入的对数幅度起伏和相位起伏. 考虑湍流效应后,接收信号光源的幅值为 $|U_{CBC}| = |u_{CBC}(\mathbf{r}, L) e^{\chi(\mathbf{r}) + iS(\mathbf{r})}| = |u_{CBC}(\mathbf{r}, L)| e^{\chi(\mathbf{r})}$, 频率为 f_s , 相位为 $\phi_s - S(\mathbf{r})$. 为简单起见,文中选取幅值为1、频率为 f_L 、相位为 ϕ_L 的平面波作为本振光,其光场可表示为 $U_p = \exp[-i(2\pi f_L t + \phi_L)]$. 在外差检测情况下,所选本振光频率 f_L 与信号光频率 f_s 不同,若要恢复基带信号,需首先将接收光信号频率转变为中频,再将中频转变成基带信号. 经混频后得到的中频信号频率为 $\Delta f = f_s - f_L$,也可称为信号与本地振荡器之间的频差,相差为 $\Delta\phi = \Delta\phi - S(\mathbf{r})$,其中 $\Delta\phi = \phi_s - \phi_L$ 为未考虑湍流效应的相差. 在外差式下变频器中,平衡接收器的输出端承载信息的光电流为

$$\begin{aligned}
i_S &= \eta_0 A_0 \iint U_{CBC} |W(\mathbf{r}) \cos[2\pi\Delta ft + \Delta\phi] d\mathbf{r} \\
&= \eta_0 A_0 \int_0^{2\pi} \int_0^\infty |u_{CBC}(r, \varphi_r, L)| |W(\mathbf{r}) \exp[\chi(\mathbf{r})] \\
&\quad \times \cos[2\pi\Delta ft + \Delta\phi - S(\mathbf{r})] r dr d\varphi_r
\end{aligned} \quad (7)$$

其中, η_0 表示光电检测器的量子效率, A_0 代表本地振荡器的幅度. 直径为 D 的圆形接收孔径由孔径函数 $W(\mathbf{r})$ 定义为

$$W(\mathbf{r}) = \begin{cases} 0, & |\mathbf{r}| > D/2 \\ 1, & |\mathbf{r}| < D/2 \end{cases} \quad (8)$$

应用余弦公式 $\cos(u-v) = \cos(u) \cos(v) +$

$\sin(u) \sin(v)$, 式(7)可表示为

$$\begin{aligned}
i_S &= \eta_0 A_0 A \left\{ \cos[2\pi\Delta ft + \Delta\phi] \int B(\mathbf{r}) W(\mathbf{r}) e^{\chi(\mathbf{r})} \cos[S(\mathbf{r})] d\mathbf{r} \right. \\
&\quad \left. + \sin[2\pi\Delta ft + \Delta\phi] \int B(\mathbf{r}) W(\mathbf{r}) e^{\chi(\mathbf{r})} \sin[S(\mathbf{r})] d\mathbf{r} \right\}
\end{aligned} \quad (9)$$

其中, $B(\mathbf{r}) = B(r, \varphi_r) = e^{\frac{-ikr^2}{2(z-iz_R)}} \times \sum_{j=1}^N e^{-\frac{ikR[r \cos(\varphi_r - \theta_j)]}{z-iz_R} + i\varphi_j}$. 对

式(9)取时间平均,则检测到的平均信号功率 \bar{i}_S^2 可以表示为

$$\bar{i}_S^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D^2}{4} \eta_0 A_0 \right)^2 |A|^2 (\alpha_r^2 + \alpha_i^2) \quad (10)$$

其中, $A = -\left(\frac{iz_R}{z-iz_R} \right) \exp \left[-ik \left(L + \frac{R^2}{2(z-iz_R)} \right) \right]$.

采用 α_r 和 α_i 分别表示到达接收端的归一化光场的实部和虚部在接收孔径的积分,其表达式为

$$\alpha_r = 4 \int \sqrt{B(\mathbf{r}) B^*(\mathbf{r})} W(\mathbf{r}) e^{\chi(\mathbf{r})} \cos[S(\mathbf{r})] d\mathbf{r} / (\pi D^2) \quad (11-a)$$

$$\alpha_i = 4 \int \sqrt{B(\mathbf{r}) B^*(\mathbf{r})} W(\mathbf{r}) e^{\chi(\mathbf{r})} \sin[S(\mathbf{r})] d\mathbf{r} / \pi D^2 \quad (11-b)$$

如果噪声主要为本地振荡器的散粒噪声,则每单位带宽的平均噪声功率为 $\bar{i}_N^2 = e_0 \eta_0 \pi D^2 A_0^2 / 4$. 其中, e_0 为元电荷^[16]. 值得一提的是,由于散粒噪声同时受本振光与包含接收孔径信息的信号光的影响,因此噪声功率与接收孔径直径密不可分,且呈正向相关. 在存在湍流的情况下,每单位带宽的信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR) γ 可以表示为 $\gamma = \bar{i}_S^2 / \bar{i}_N^2 = \pi D^2 \eta_0 |A|^2 \alpha^2 / (8e_0)$,并与无湍流条件的SNR γ_0 成正比,即

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{\alpha^2}{\left[\frac{4}{\pi D^2} \int \sqrt{B(\mathbf{r}) B^*(\mathbf{r})} W(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right]^2} \quad (12)$$

其中, γ_0 可表示为

$$\gamma_0 = \frac{1}{2} \frac{\pi D^2}{4} \left(\frac{\eta_0}{e_0} \right) |A|^2 \left(\frac{4}{\pi D^2} \int \sqrt{B(\mathbf{r}) B^*(\mathbf{r})} W(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right)^2 \quad (13)$$

定义强度随机变量 $\alpha^2 = \alpha_r^2 + \alpha_i^2$ 来表示随机起伏对光场的影响,其具有均值 $\bar{\alpha}^2$ 和概率密度函数 $p_{\alpha^2}(\alpha^2)$,可以提供SNR γ 的统计特征. 应用平均SNR $\bar{\gamma} = \pi D^2 \eta_0 |A|^2 \bar{\alpha}^2 / (8e_0)$ 和雅可比转换式 $\alpha^2 =$

$\gamma/\left[\frac{1}{2}\frac{\pi D^2}{4}\left(\frac{\eta_0}{e}\right)|A|^2\right]=\gamma\bar{\alpha}^2/\bar{\gamma}$,可以得到SNR γ 的概率密度函数,即

$$p_\gamma(\gamma)=\left(\bar{\alpha}^2/\bar{\gamma}\right)p_{\alpha^2}\left(\gamma\bar{\alpha}^2/\bar{\gamma}\right) \quad (14)$$

前文提到, α_r 和 α_i 这两个随机量表示为接收孔径上的积分,因此也是孔径中每个点贡献的总和.为了便于分析,首先考虑一个统计模型,在模型中这些连续积分表示为孔径中 N_b 个统计独立单元上的有限和,则式(11)可表示为

$$\begin{aligned} \alpha_r &\cong \frac{1}{N_b} \sum_{b=1}^{N_b} B_b e^{\chi_b} \cos(S_b) = \frac{1}{N_b} e^{\bar{\chi}} \sum_{b=1}^{N_b} B_b e^{\chi_b - \bar{\chi}} \cos(S_b) \\ \alpha_i &\cong \frac{1}{N_b} \sum_{b=1}^{N_b} B_b e^{\chi_b} \sin(S_b) = \frac{1}{N_b} e^{\bar{\chi}} \sum_{b=1}^{N_b} B_b e^{\chi_b - \bar{\chi}} \sin(S_b) \end{aligned} \quad (15)$$

其中, χ_b 和 S_b 分别是第 b ($b=1,2,\dots,N_b$)个统计独立单元的对数振幅和相位.

在统计独立单元数 N_b 足够大的情况下, α_r 和 α_i 的联合概率密度函数逼近联合正态分布^[16],即

$$p_{\alpha_r, \alpha_i}(\alpha_r, \alpha_i) = \frac{1}{2\pi\sigma_r\sigma_i} e^{-\frac{(\alpha_r - \bar{\alpha}_r)^2}{2\sigma_r^2} - \frac{(\alpha_i - \bar{\alpha}_i)^2}{2\sigma_i^2}} \quad (16)$$

根据文献[16], $N_b > 100$ 则可视为统计独立单元数 N_b 为足够大.本文对 N_b 采用与文献[16]相同的取值界定.上式中, $\bar{\alpha}_r, \bar{\alpha}_i$ 和 σ_r^2, σ_i^2 分别是 α_r, α_i 的均值和方差.通过使用经典的统计模型对相位不均匀分布的点进行评估,可以得到 α_r 和 α_i 的均值 $\bar{\alpha}_r, \bar{\alpha}_i$ 和方差 σ_r^2, σ_i^2 ^[17],即

$$\bar{\alpha}_r = \frac{\bar{B}}{2} \exp(\bar{\chi}) \overline{\exp(\chi_b - \bar{\chi})} [M_{S_b}(1) + M_{S_b}(-1)] \quad (17-a)$$

$$\bar{\alpha}_i = \frac{\bar{B}}{2i} \exp(\bar{\chi}) \overline{\exp(\chi_b - \bar{\chi})} [M_{S_b}(1) - M_{S_b}(-1)] \quad (17-b)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r^2 &= \frac{\left[\overline{B \exp(\bar{\chi}) \exp(\chi_b - \bar{\chi})} \right]^2}{4N_b} \\ &\times \left[2 + M_{S_b}(2) + M_{S_b}(-2) \right] \\ &- \frac{\left[\overline{B \exp(\bar{\chi}) \exp(\chi_b - \bar{\chi})} \right]^2}{4N_b} \\ &\times \left[2M_{S_b}(1)M_{S_b}(-1) + M_{S_b}^2(1) + M_{S_b}^2(-1) \right] \end{aligned} \quad (17-c)$$

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &= \frac{\left[\overline{B \exp(\bar{\chi}) \exp(\chi_b - \bar{\chi})} \right]^2}{4N_b} \\ &\times \left[2 - M_{S_b}(2) - M_{S_b}(-2) \right] \\ &- \frac{\left[\overline{B \exp(\bar{\chi}) \exp(\chi_b - \bar{\chi})} \right]^2}{4N_b} \\ &\times \left[2M_{S_b}(1)M_{S_b}(-1) - M_{S_b}^2(1) - M_{S_b}^2(-1) \right] \end{aligned} \quad (17-d)$$

另外还需要确定孔径中存在的统计独立单元 N_b 的数量.估算 N_b 的解析表达式可以写为^[16]

$$N_b = \left[\frac{1}{S_D} \iint W(r_1)W(r_2)C(r_1, r_2)dr_1dr_2 \right]^{-1} \quad (18)$$

其中, $W(\cdot)$ 再次对面积为 $S_D = \pi D^2/4$ 的接收孔径进行表征. $C(r_1, r_2)$ 是描述大气湍流引入的波前畸变的相干函数^[2],表示为

$$\begin{aligned} C(r_1, r_2) &= u_{CBC}(r_1, L)u_{CBC}^*(r_2, L) \\ &\times \left\langle \exp[\psi(r_1, L) + \psi^*(r_2, L)] \right\rangle_e \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)中, $\langle \cdot \rangle_e$ 表示湍流介质的统计平均.均匀湍流大气球面边界的随机复相位的统计平均可以由近似式 $\left\langle \exp[\psi(r_1, L) + \psi^*(r_2, L)] \right\rangle_e \cong \exp[-(r_1 - r_2)^2/\rho_0^2]$ 表示^[18].

其中, ρ_0 是大气湍流球面边界的空间相干长度.在傍轴近似条件下, ρ_0 可表示为^[2]

$$\rho_0 = \left[4\pi^2 k^2 z \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) [1 - J_0(\kappa \zeta \rho)] d\kappa d\zeta \right]^{-3/5} \quad (20)$$

式(20)中, $J_0(\cdot)$ 为第一类零阶贝塞尔函数, $\zeta = 1 - z/L$ 表示归一化距离参数.应用修正大气功率谱

$$\begin{aligned} \Phi_n(\kappa) &= 0.033 C_n^2 \left[1 + 1.802 \left(\frac{\kappa}{\kappa_l} \right) - 0.254 \left(\frac{\kappa}{\kappa_l} \right)^{7/6} \right] \\ &\times \left[1 - \exp\left(-\frac{\kappa^2}{\kappa_0^2}\right) \right] \frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_l^2)}{\kappa^{11/3}} \end{aligned} \quad (21)$$

可得 $\rho_0 = (0.55 C_n^2 k^2 L)^{-3/5}$.其中, C_n^2 为结构常数,用于表征大气湍流强度; l_0 和 L_0 分别为湍流内尺度与外尺度.

将有限孔径考虑在内,式(18)可表示为

$$N_b = \left\{ \frac{4}{\pi D^2} \int_0^D \int_0^D \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} u_{CBC}(r_1, \varphi_{r_1}, L) u_{CBC}^*(r_2, \varphi_{r_2}, L) \right. \\ \left. \times e^{-\frac{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\varphi_{r_1} - \varphi_{r_2})}{\rho_0^2}} r_1 r_2 dr_1 dr_2 d\varphi_{r_1} d\varphi_{r_2} \right\}^{-1} \quad (22)$$

另外,式(17-a)至(17-d)中的 $M_{S_b}(\omega)$ 为相位特征函数,可以通过对相位 S_b 的概率密度函数做傅里叶变换得到. 假定相位 S_b 服从零均值,方差为 $\sigma_{S_b}^2$ 的高斯分布,则相位特征函数可表示为 $M_{S_b}(\omega) = \exp(-\sigma_{S_b}^2 \omega^2 / 2)$.

上述分析以修正大气功率谱表征了由湍流引起的相差的统计特性. 若另外假设对数幅度是正态随机变量^[19],则可以获得高斯变量的指数函数均值的表达式,即

$$\overline{\exp(\chi_b - \bar{\chi})} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\chi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\chi_b - \bar{\chi} - \frac{(\chi - \bar{\chi})^2}{2\sigma_\chi^2}} d\chi = e^{\frac{\sigma_\chi^2}{2}} \quad (23-a)$$

$$\overline{\exp(2(\chi_b - \bar{\chi}))} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\chi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{2(\chi_b - \bar{\chi}) - \frac{(\chi - \bar{\chi})^2}{2\sigma_\chi^2}} d\chi \\ = e^{2\sigma_\chi^2} \quad (23-b)$$

结合式(22)、式(23)以及相位特征函数, α_r 和 α_i 的均值与方差可写为

$$\bar{\alpha}_r = \bar{B} \exp(\bar{\chi}) \exp\left(\frac{\sigma_\chi^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{\sigma_S^2}{2}\right) \quad (24-a)$$

$$\bar{\alpha}_i = 0 \quad (24-b)$$

$$\sigma_r^2 = \frac{\overline{B^2 \exp(2(\bar{\chi}))}}{2N_b} \exp(2\sigma_\chi^2) [1 + \exp(-2\sigma_S^2)] \\ - \frac{[\overline{B \exp(\bar{\chi})}]^2}{N_b} \exp(\sigma_\chi^2) \exp(-\sigma_S^2) \quad (24-c)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{\overline{B^2 \exp(2(\bar{\chi}))}}{2N_b} \exp(2\sigma_\chi^2) [1 - \exp(-2\sigma_S^2)] \quad (24-d)$$

其中,

$$\bar{B} = \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)^{-1} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \sqrt{B(r, \varphi_r) B^*(r, \varphi_r)} r dr d\varphi_r \quad (25)$$

$$\bar{B}^2 = \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)^{-1} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} B(r, \varphi_r) B^*(r, \varphi_r) r dr d\varphi_r$$

$\bar{\chi}$, σ_χ^2 和 σ_S^2 分别为对数振幅变量的均值与方差以及相位变量的方差,其具体形式将在下节给出.

将 $\alpha_r = \sqrt{\alpha^2} \cos\theta$, $\alpha_i = \sqrt{\alpha^2} \sin\theta$ 代入式(16),并将所得表达式与雅可比转换式相乘,可得到强度 α^2 和相位 θ 的联合概率密度函数. 为了得到强度 α^2 的边缘分布,首先对 θ 进行积分

$$p_\alpha(\alpha) = \int_{-\pi}^{\pi} p_{\alpha,\theta}(\alpha, \theta) d\theta \\ = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\alpha}{2\pi\sigma_r\sigma_i} e^{-\frac{(\alpha\cos\theta - \bar{\alpha}_r)^2}{2\sigma_r^2} - \frac{(\alpha\sin\theta - \bar{\alpha}_i)^2}{2\sigma_i^2}} d\theta \quad (26)$$

之后,结合振幅概率密度函数和强度概率密度函数之间的关系^[17],强度 α^2 的边缘分布可由 Rice 分布表示,即

$$p_{\alpha^2}(\alpha^2) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left[-\frac{\alpha^2 + (\bar{\alpha}_r)^2}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{\bar{\alpha}_r \alpha}{\sigma^2}\right) \quad (27)$$

其中, $2\sigma^2 = \sigma_r^2 + \sigma_i^2$, $I_0(\cdot)$ 为第一类修正的零阶贝塞尔函数.

用均值 $\bar{\alpha}^2 = 2\sigma^2 + (\bar{\alpha}_r)^2$ 和对比参数 $q = (\bar{\alpha}_r)^2 / 2\sigma^2$ 能够较为方便地表示基本的 Rice 分布. 因此,式(27)可表示为

$$p_{\alpha^2}(\alpha^2) = \frac{1+q}{\alpha^2} \exp(-q) \\ \times \left[-\frac{(1+q)\alpha^2}{\alpha^2} \right] I_0\left(2\alpha \sqrt{\frac{(1+q)q}{\alpha^2}}\right) \quad (28)$$

将式(28)代入式(14),SNR γ 的概率密度函数可表示为

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{1+q}{\gamma} \exp(-q) \\ \times \exp\left[-\frac{(1+q)\gamma}{\gamma}\right] I_0\left(2\sqrt{\frac{(1+q)q\gamma}{\gamma}}\right) \quad (29)$$

3 湍流引起的幅度与相位起伏的均值与方差

湍流引起的幅度和相位起伏的均值和方差可以由 3 个二阶统计矩 $E_1(\mathbf{r}, \mathbf{r})$, $E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 和 $E_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 表示^[2],即

$$\overline{\chi(\mathbf{r}, L)} = E_1(0, 0) - \frac{1}{4} [E_3(\mathbf{r}, \mathbf{r}) + E_3^*(\mathbf{r}, \mathbf{r})] \\ \overline{S(\mathbf{r}, L)} = \frac{-1}{4i} [E_3(\mathbf{r}, \mathbf{r}) - E_3^*(\mathbf{r}, \mathbf{r})] \\ = \frac{i}{2} \text{Im}[E_3(\mathbf{r}, \mathbf{r})] \quad (30)$$

$$\sigma_\chi^2(\mathbf{r}, L) = \frac{1}{2} \text{Re}[E_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}) + E_3(\mathbf{r}, \mathbf{r})]$$

$$\sigma_S^2(\mathbf{r}, L) = \frac{1}{2} \text{Re}[E_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}) - E_3(\mathbf{r}, \mathbf{r})]$$

根据文献[2],二阶统计矩 $E_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}), E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 和 $E_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 定义为

$$\begin{aligned} E_1(0,0) &= -2\pi^2 k^2 \int_0^L d\eta \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) d\kappa \\ E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle \psi_1(\mathbf{r}_1, L) \psi_1^*(\mathbf{r}_2, L) \rangle \\ E_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle \psi_1(\mathbf{r}_1, L) \psi_1(\mathbf{r}_2, L) \rangle \end{aligned} \quad (31)$$

其中, * 表示共轭, $\langle \cdot \rangle$ 代表统计平均, $\psi_1(\mathbf{r}, L)$ 为一阶复相位扰动. 基于 Rytov 理论, 一阶扰动解 $\psi_1(\mathbf{r}, L)$ 可表示为^[2]

$$\begin{aligned} \psi_1(\mathbf{r}, L) &= \frac{k^2}{2\pi} \int_0^L dz \iint_{-\infty}^\infty d^2s \exp \left[ik(L-z) + \frac{ik|s-\mathbf{r}|^2}{2(L-z)} \right] \\ &\times \frac{u_{\text{CBC}}(\mathbf{s}, z) \iint_{-\infty}^\infty \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{s}) d\mathbf{v}(\mathbf{K}, z)}{u_{\text{CBC}}(\mathbf{r}, L)(L-z)} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}, \mathbf{K}, z) &= \frac{\sqrt{\pi} k^2 \exp \left[\frac{ikR^2}{2(z-i z_R)} \right] \exp \left[\frac{ikr^2}{2(L-z)} \right]}{\sum_{a=1}^N \exp \left\{ i\varphi_a - \frac{ikR \left[r \cos(\varphi_r - \theta_a) \right]}{L-i z_R} \right\}} \times \frac{\sqrt{\frac{L-i z_R}{z-i z_R}} \times \sum_{j=1}^N \exp(i\varphi_j)}{\exp \left[\frac{ik(R^2+r^2)}{2(L-i z_R)} \right] \sqrt{-2ik(L-z)}} \\ &\times \exp \left\{ \frac{\left(\kappa \cos \varphi_\kappa - \frac{kr \cos \varphi_r}{L-z} - \frac{kR \cos \theta_j}{z-i z_R} \right)^2 + \left(\kappa \sin \varphi_\kappa - \frac{kr \sin \varphi_r}{L-z} - \frac{kR \sin \theta_j}{z-i z_R} \right)^2}{4 \left(\frac{ik}{z-i z_R} + \frac{ik}{L-z} \right)} \right\} \\ &\times I_0 \left\{ \frac{\left(\kappa \cos \varphi_\kappa - \frac{kr \cos \varphi_r}{L-z} - \frac{kR \cos \theta_j}{z-i z_R} \right)^2 + \left(\kappa \sin \varphi_\kappa - \frac{kr \sin \varphi_r}{L-z} - \frac{kR \sin \theta_j}{z-i z_R} \right)^2}{4 \left(\frac{ik}{z-i z_R} + \frac{ik}{L-z} \right)} \right\} \end{aligned} \quad (34)$$

因此, $E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 与 $E_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 可表示为

$$\begin{aligned} E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \int_0^L dz \int_0^L dz' \iint_{-\infty}^\infty \iint_{-\infty}^\infty G(\mathbf{r}_1, \mathbf{K}, z) G^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{K}', z') \langle d\mathbf{v}(\mathbf{K}, z) d\mathbf{v}^*(\mathbf{K}', z') \rangle \\ E_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \int_0^L dz \int_0^L dz' \iint_{-\infty}^\infty \iint_{-\infty}^\infty G(\mathbf{r}_1, \mathbf{K}, z) G(\mathbf{r}_2, \mathbf{K}', z') \langle d\mathbf{v}(\mathbf{K}, z) d\mathbf{v}(\mathbf{K}', z') \rangle \end{aligned} \quad (35)$$

其中,

$$\begin{aligned} \langle d\mathbf{v}(\mathbf{K}, z) d\mathbf{v}^*(\mathbf{K}', z') \rangle &= F_n(\mathbf{K}, |z-z'|) \delta(\mathbf{K}-\mathbf{K}') d\mathbf{K} d\mathbf{K}' \\ \langle d\mathbf{v}(\mathbf{K}, z) d\mathbf{v}(\mathbf{K}', z') \rangle &= F_n(\mathbf{K}, |z-z'|) \delta(\mathbf{K}+\mathbf{K}') d\mathbf{K} d\mathbf{K}' \end{aligned} \quad (36)$$

$\delta(\cdot)$ 为狄拉克函数. $F_n(\mathbf{K}, |z-z'|)$ 表示折射率的二维谱密度, 其与三维空间功率谱的关系为 $\int_{-\infty}^\infty F_n(\mathbf{K}, |z-z'|) d(z-z') = 2\pi \Phi_n(\mathbf{K})$. 将其代入式(35),

式(32)中, \mathbf{s} 和 \mathbf{r} 分别表示在 z 平面和 L 平面处的空间位置点, $d\mathbf{v}(\mathbf{K}, z)$ 是折射率起伏的随机相位, $\mathbf{K} = (\kappa_x, \kappa_y, 0)$ 为三维波矢量 ($\kappa_z = 0$). $\iint_{-\infty}^\infty \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{s}) d\mathbf{v}(\mathbf{K}, z)$ 表示湍流折射率波动的 Riemann Stieltjes 积分^[2].

为方便表述, 定义函数 $G(\mathbf{r}, \mathbf{K}, z)$ 表示为

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}, \mathbf{K}, z) &= \frac{k^2}{2\pi} \iint_{-\infty}^\infty d^2s \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{s}) \\ &\times e^{ik(L-z) + \frac{ik|s-\mathbf{r}|^2}{2(L-z)}} \frac{u_{\text{CBC}}(\mathbf{s}, z)}{u_{\text{CBC}}(\mathbf{r}, L)(L-z)} \end{aligned} \quad (33)$$

利用函数 $G(\mathbf{r}, \mathbf{K}, z)$, 式(32)可表示为 $\psi_1(\mathbf{r}, L) = \int_0^L dz \iint_{-\infty}^\infty G(\mathbf{r}, \mathbf{K}, z) d\mathbf{v}(\mathbf{K}, z)$.

代入第2节给出的 CBC 光场表达式, 即式(5-b), $G(\mathbf{r}, \mathbf{K}, z)$ 可通过文献[20]的式(3.937.2)和式(6.618.4)化简为式(34)所示形式, 即

并做变量代换 $\eta = (z+z')/2$, $E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 与 $E_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 最终表示为

$$\begin{aligned} E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= 2\pi \int_0^L d\eta \iint_{-\infty}^\infty \Phi_n(\mathbf{K}) G(\mathbf{r}_1, \mathbf{K}, \eta) G^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{K}, \eta) d\mathbf{K} \\ E_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= 2\pi \int_0^L d\eta \iint_{-\infty}^\infty \Phi_n(\mathbf{K}) G(\mathbf{r}_1, \mathbf{K}, \eta) G(\mathbf{r}_2, -\mathbf{K}, \eta) d\mathbf{K} \end{aligned} \quad (37)$$

代入式(37)至式(30), 可得幅度和相位起伏的均

值与方差表达式,即

$$\overline{\chi(r, L)} = -\pi \left\{ 2\pi k^2 L \int_{-\infty}^{\infty} \kappa \Phi_n(\kappa) d\kappa + \operatorname{Re} \left[\int_0^L d\eta \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi_n(\mathbf{K}) G(\mathbf{r}, \mathbf{K}, \eta) G(\mathbf{r}, -\mathbf{K}, \eta) d\mathbf{K} \right] \right\} \quad (38-a)$$

$$\overline{S(r, L)} = i\pi \operatorname{Im} \left[\int_0^L d\eta \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi_n(\mathbf{K}) G(\mathbf{r}, \mathbf{K}, \eta) G(\mathbf{r}, -\mathbf{K}, \eta) d\mathbf{K} \right] \quad (38-b)$$

$$\sigma_{\chi}^2(r, L) = \pi \operatorname{Re} \left[\int_0^L d\eta \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi_n(\mathbf{K}) G(\mathbf{r}, \mathbf{K}, \eta) \left[G^*(\mathbf{r}, \mathbf{K}, \eta) + G(\mathbf{r}, -\mathbf{K}, \eta) \right] d\mathbf{K} \right] \quad (38-c)$$

$$\sigma_S^2(r, L) = \pi \operatorname{Re} \left[\int_0^L d\eta \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi_n(\mathbf{K}) G(\mathbf{r}, \mathbf{K}, \eta) \left[G^*(\mathbf{r}, \mathbf{K}, \eta) - G(\mathbf{r}, -\mathbf{K}, \eta) \right] d\mathbf{K} \right] \quad (38-d)$$

4 MPSK 调制下涡旋光束的误码性能研究

在存在湍流的情况下,接收功率由衰落强度 α^2 决定,衰落强度 α^2 是取决于湍流信道的分布 $p_{\alpha^2}(\alpha^2)$ 的随机变量. 在接收机处,信号受到加性高斯白噪声 (Additive White Gaussian Noise, AWGN) 的干扰,噪声与衰落强度 α^2 是统计独立的. 因此,瞬时 SNR γ 与 α^2 成正比. 理想相干接收机的 SEP $p_s(E)$ 是通过瞬时 SNR γ 的概率密度函数与条件 SEP 的乘积求积分得出,即

$$p_s(E) = \int_0^{\infty} p_s(E|\gamma) p_{\gamma}(\gamma) d\gamma \quad (39)$$

本文考虑选用基于最大似然原理的具有理想相干检测的 MPSK 调制方式. 在这种情况下,条件 SEP 可表示为^[21]

$$p_s(E|\gamma) = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{M}} \exp \left(-\gamma \frac{\sin^2 \frac{\pi}{M}}{\cos^2 \theta} \right) d\theta \quad (40)$$

将式(29)和式(40)代回到式(39)中,理想相干接收机的 SEP 可表示为

$$p_s(E) = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{M}} e^{-\frac{q\bar{\gamma}\sin^2\frac{\pi}{M}}{(1+q)\cos^2\theta + \bar{\gamma}\sin^2\frac{\pi}{M}}} (1+q)\cos^2\theta d\theta \quad (41)$$

遗憾的是,式(41)无法求得闭合形式,但是在保证较高精度的条件下,可以通过使用简单的 30 点高斯-勒格德勒正交公式对式(40)中的积分进行处理. 由于 $\cos^2\theta \leq 1$, 因此条件 SEP 具有封闭形式的上界,即

$$p_s(E|\gamma) \leq \frac{M-1}{M} \exp \left(-\gamma \sin^2 \frac{\pi}{M} \right) \quad (42)$$

将此上限与瞬时 SNR γ 的概率密度函数(式(29))共同应用到式(41)中,得到 MPSK 调制下接收机 SEP 的上限,即

$$p_s(E) \leq \frac{M-1}{M} \frac{(1+q)}{(1+q) + \bar{\gamma}\sin^2\frac{\pi}{M}} e^{-\frac{q\bar{\gamma}\sin^2\frac{\pi}{M}}{(1+q) + \bar{\gamma}\sin^2\frac{\pi}{M}}} \quad (43)$$

5 数值分析

为了体现本文所研究的涡旋光束 FSO 系统的意义,本节首先给出 CBC 涡旋光束阵列和高斯光束(高斯光束可视为 CBC 涡旋光束阵列取 $l=0, N=1, w_g=R$ 的特殊情况)在不同距离、不同湍流强度条件下对应的系统性能对比结果. 之后,重点针对采用 CBC 涡旋光束阵列得到的通信性能进行数值分析. 研究不同光源参数、湍流信道参数以及接收机参数对基于 OAM 的 FSO 系统 SEP 的影响. 如无特殊说明,参数设置默认如表 1 所示.

表 1 高斯光束与 CBC 涡旋光束阵列对应的 SEP 研究参数设置

参数	数值
光波长 λ	1550nm
阵列子光束束腰半径 w_g	0.5cm
OAM 模态 l	3
径向距离 r	5cm
相位 φ_r	0°
阵列环状半径 R	2.5cm
阵列子光束个数 N	25
接收孔径直径 D	20cm
传播距离 L	1km
内尺度 l_0	1mm
外尺度 L_0	50m
结构常数 C_n^2	$10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$
调制阶数 M	4

图 3 对比了不同湍流环境下高斯光束与不同类型 CBC 涡旋光束阵列对应的系统 SEP 随传播距离 L 的变化趋势. 显然,系统 SEP 随传播距离 L 以及湍流强度的增加显著上升. 此外,在同样的湍流场景下,高斯光束的系统 SEP 总是高于 CBC 涡旋光束阵列. 这意味着,较不具备螺旋结构的高斯光束而言, CBC 涡旋光束阵列具备较好的抵御湍流的能力,对于系统性能的提升发挥着更关键的作用. 图 3 还表明,在相同条件下,不同类型 CBC 涡旋光束阵列在传播过程中对应的 SEP 也有明显差异,具体而言,随着 OAM 模态 l 的增加, SEP 随传播距离 L 的变化趋势由抛物线型增长变为指数型增长.

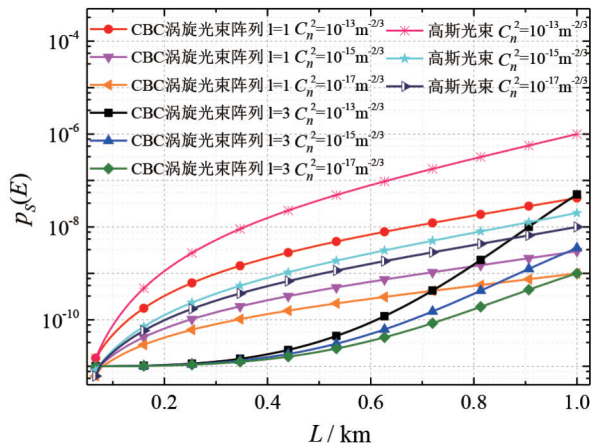


图3 高斯光束与CBC涡旋光束阵列对应的SEP随传播距离L的变化

图4显示了不同湍流条件下CBC涡旋光束阵列的OAM模式 l 取不同值时FSO系统链路的SEP随阵列子光束束腰半径 w_g 的变化趋势。总体而言,随着阵列子光束束腰半径 w_g 的增加,SEP呈下降趋势。这不难理解,增大阵列子光束束腰半径 w_g 可以提高子光束之间的叠加程度,即随着束腰半径 w_g 的增加,光束阵列的排列会更紧密,因此,产生的涡旋光束的能量会更加集中,光束质量得以改善,进而获得较好的通信系统性能。如图4所示,一方面,随着湍流的增强,造成的涡旋光束波前相位畸变越显著,因此同一阵列子光束束腰半径 w_g 对应的接收SEP越大;另一方面,湍流越强,阵列子光束束腰半径 w_g 对SEP的影响越明显。此外,在同样的传播环境下,不同CBC涡旋光束阵列对应的SEP也稍显不同,具体来说,接收SEP会随着OAM模式 l 的增加略有增长,并且这种增加程度会随着湍流强度的增加而明显增大。

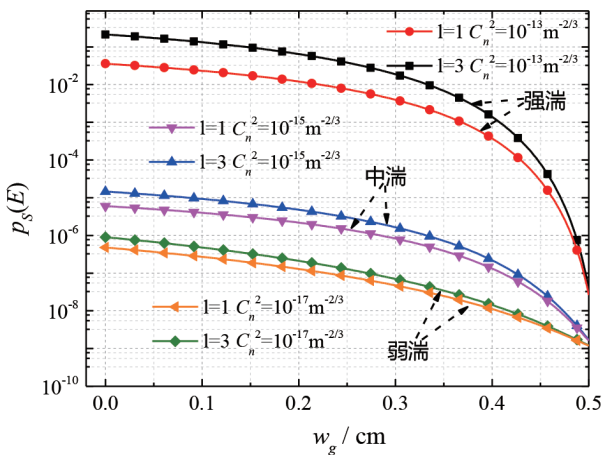


图4 不同湍流强度条件下SEP随CBC涡旋光束阵列子光束束腰半径 w_g 的变化

图5给出了不同湍流条件下CBC涡旋光束阵列的OAM模式 l 取不同值时FSO系统链路的SEP随阵列环状半径 R 的变化曲线。显然,随着阵列环状半径 R 的增

加,SEP显著上升。这是因为增大阵列环状半径 R 导致CBC涡旋光束阵列的光束尺寸明显增加,并且子光束之间的重叠度减小的结果。换言之,在其他条件保持不变的情况下,环状半径 R 越大,光束阵列的排列越稀疏,因此光束的能量更为发散,这将严重影响通信系统性能。图中还可以看出,湍流越强,同一阵列环状半径 R 对应的接收SEP越大,并且阵列环状半径 R 对SEP的影响越明显。此外,不同CBC涡旋光束阵列在同样的传播环境下对应的SEP也稍显不同,显然,接收SEP会随着OAM模式 l 的增加略有增长,并且这种增长程度会随着湍流强度的增加而明显增大。

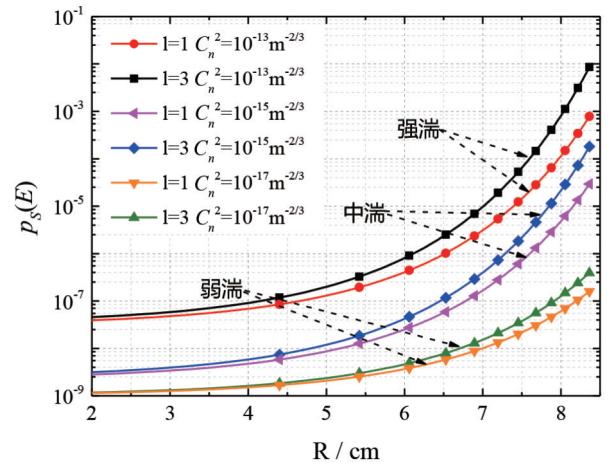


图5 不同湍流条件下SEP随CBC涡旋光束阵列环状半径 R 的变化

图6给出了不同湍流条件下CBC涡旋光束阵列的OAM模式 l 取不同值时FSO系统链路的SEP随阵列子光束个数 N 的变化趋势。首先,随着阵列子光束个数 N 的增加,SEP呈显著下降趋势,这是因为增加阵列子光束个数 N 可以减小子光束之间的相位差并近似地形成连续涡旋相位,从而获得具有更好质量的CBC涡旋光束阵列,提高通信系统性能。此外随着湍流的增强,同一阵列子光束个数 N 对应的接收SEP显著提升,同时不同阵列子光束个数 N 对SEP的影响也更加明显。值得注意的是,在同样的传播环境下,接收SEP会随着OAM模式 l 的增加略有增长,并且不同OAM模式 l 对应的SEP差异随阵列子光束个数 N 的增加逐渐降低。

图7绘制了基于CBC涡旋光束阵列的FSO系统SEP随着束腰半径 w_g 和径向距离 r 变化的三维柱状图。可以明显看出,随着阵列子光束束腰半径 w_g 的增加,SEP呈下降趋势,该现象与图4相同。另外,在给定阵列子光束束腰半径 w_g 的情况下,接收到的SEP随着径向距离 r 的增加而减小,这是由于当径向距离 r 较小时,检测位置处于涡旋光束中空部分,此时接收到的光功率极低,因此SEP较大,而随着径向距离 r 的增加,检测位置逐渐移至光强较大的范围,相应的SEP明显降低。

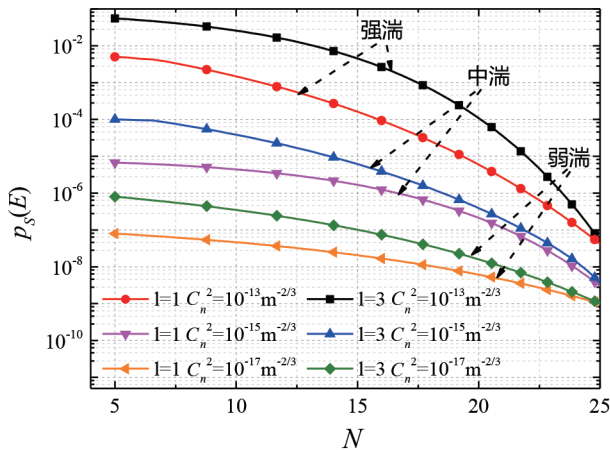


图 6 不同湍流条件下 SEP 随 CBC 涡旋光束阵列子光束个数 N 的变化

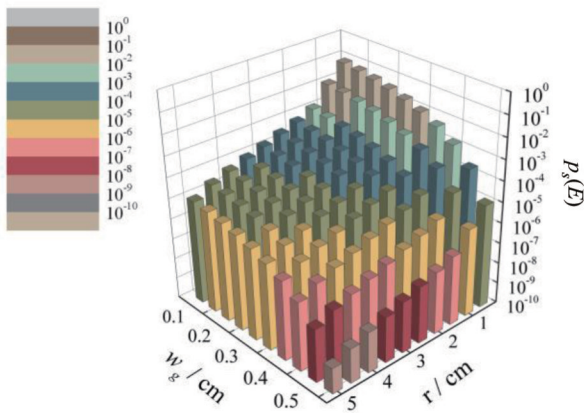


图 7 不同 CBC 涡旋光束阵列束腰半径 w_g 和径向距离 r 下的 SEP

图 8 描绘了不同 CBC 涡旋光束阵列束腰半径 w_g 和接收孔径直径 D 条件下的 SEP 三维曲面图。该图反映了光源参数和接收机参数对 FSO 系统性能的共同影响。显然,在给定束腰半径 w_g 的情况下,SEP 随着接收孔径直径 D 的增加而下降。这是由于增大接收孔径可以接收到更多的光信号,较大程度地减少光能量损失。

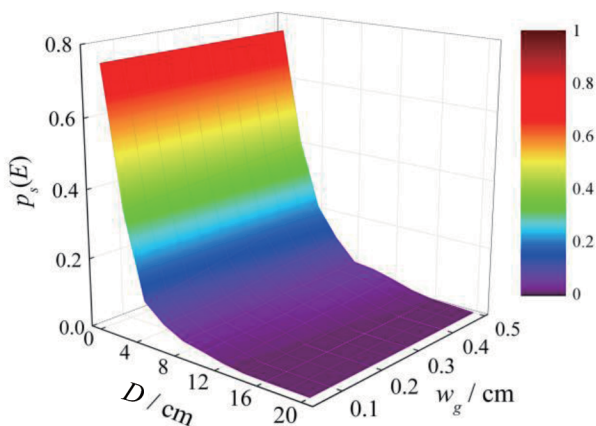


图 8 CBC 涡旋光束阵列束腰半径 w_g 和接收孔径直径 D 对 FSO 系统 SEP 的影响

此外,与束腰半径 w_g 相比,接收孔径直径 D 对接收到的 SEP 的影响更为明显。因此可通过选择较大的接收孔径直径 D 来减轻大气湍流的影响以提升长距离 FSO 的通信质量,获得更好的接收性能。

6 结论

本文以基于相干光束合成技术的高功率涡旋光束阵列为研究光源,建立完备的体系架构,用以理论分析大气湍流引起的幅度和相位起伏对基于轨道角动量的自由空间光通信系统性能的影响。这套分析方法适用于一般通信场景,有助于进行误码性能的一般性规律推演。出于对涡旋光束幅度和相位的分析,文中采用光学外差检测,得到多进制相移键控调制下符号错误概率的解析表达式,进一步对光通信系统误码性能进行评估。数值结果表明,在光源处,增大阵列子光束束腰半径、阵列子光束个数,减小阵列环状半径,且在接收端,增大接收孔径直径,可以在一定程度上减弱传播距离和湍流强度对系统性能造成的不利影响,改善系统误码性能。

参考文献

- [1] 孙学宏, 李强, 庞丹旭, 等. 轨道角动量在无线通信中的研究新进展综述[J]. 电子学报, 2015, 43(11): 2305 – 2314. Sun X H, Li Q, Pang D X, et al. New research progress of the orbital angular momentum technology in wireless communication: A Survey[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43 (11): 2305 – 2314. (in Chinese).
- [2] Andrews L C, Phillips R L. Laser beam propagation through random media. Second Edition[M]. Belling, Washington, USA: SPIE, 2005: 30 – 171.
- [3] 赵强, 张蕊, 林乐科, 等. 对流层散射传输损耗与大气折射率结构常数相关性研究[J]. 电子学报, 2020, 48(3): 518 – 523. Zhao Q, Zhang R, Lin L K, et al. Research on the correlation of troposcatter transmission loss and structure constant of the refractive index[J]. Acta Electronica Sinica, 2020, 48 (3): 518 – 523. (in Chinese).
- [4] 陈纯毅, 杨华民, 姜会林, 等. 大气信道部分相干光通信链路性能分析与优化[J]. 电子学报, 2009, 37(8): 1869 – 1872. Chen C Y, Yang H M, Jiang H L, et al. Performance analysis and optimization of partially coherent optical communication links through atmospheric channel[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(8): 1869 – 1872. (in Chinese).
- [5] Li L, Zhang R, Liao P, et al. Mitigation for turbulence effects in a 40-Gbit/s orbital-angular-momentum-multiplexed

- free-space optical link between a ground station and a retro-reflecting UAV using MIMO equalization[J]. Optics Letters, 2019, 44(21): 5181 – 5184.
- [6] Li L, Song H, Zhang R, et al. Increasing system tolerance to turbulence in a 100-Gbit/s QPSK free-space optical link using both mode and space diversity[J]. Optics Communications, 2021, 480: 126488.
- [7] Amhoud E M, Chafii M, Nimr A, et al. OFDM with Index Modulation in Orbital Angular Momentum Multiplexed Free Space Optical Links[A]. Proceedings of the 93rd Vehicular Technology Conference (VTC2021-Spring) [C]. Helsinki, Finland: IEEE, 2021: 1 – 5.
- [8] Wang A, Zhu L, Deng M, et al. Experimental demonstration of OAM-based transmitter mode diversity data transmission under atmosphere turbulence[J]. Optics Express, 2021, 29(9): 13171 – 13182.
- [9] Wang L G, Wang L Q, Zhu S Y. Formation of optical vortices using coherent laser beam arrays[J]. Optics Communications, 2009, 282(6): 1088 – 1094.
- [10] Wang L G, Zheng W W. The effect of atmospheric turbulence on the propagation properties of optical vortices formed by using coherent laser beam arrays[J]. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 2009, 11(6): 065703.
- [11] Peng Y, Xue Y, Xiao G, et al. Spiral spectrum analysis and application of coherent synthetic vortex beams[J]. Acta Physica Sinica, 2019, 68(21): 214206.
- [12] Zhou G, Tang H, Zhu K, et al. Propagation of Bessel-Gaussian beams with optical vortices in turbulent atmosphere[J]. Optics Express, 2008, 16(26): 21315 – 21320.
- [13] Yue P, Xu D L, Yi X. Propagation of the Bessel-Gaussian beams generated by coherent beam combining in oceanic turbulence[J]. Journal of Communications and Information Networks, 2019, 4(3): 25 – 37.
- [14] Chu X X, Sun Q, Wang J, et al. Generating a Bessel-Gaussian beam for the application in optical engineering [J]. Scientific Reports, 2015, 5(5): 18665.
- [15] Aksenov V P, Dudorov V V, Kolosov V V, et al. Generation of vortex and partially coherent laser beams based on fiber array coherent combining[J]. Proceedings of the SPIE, 2018, 10787: 107870M.
- [16] Aniceto B, Joseph M K. Performance of synchronous optical receivers using atmospheric compensation techniques [J]. Optics Express, 2008, 16(18): 14151 – 14162.
- [17] Goodman J W. Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications[M]. Belling, Washington, USA: SPIE, 2007: 14 – 42.
- [18] Leader J C. Atmospheric propagation of partially coherent radiation[J]. Journal of the Optical Society of America, 1978, 68(2): 175 – 185.
- [19] Strohbehm J W, Wang T, Speck J P. On the probability distribution of line-of-sight fluctuations of optical signals [J]. Radio Science, 1975, 10(1): 59 – 70.
- [20] Gradysteyn I, Ryzhik I. Table of Integrals, Series, and Products. Seventh Edition[M]. Rensselaer Polytechnic Institute, USA: Academic, 2014: 16 – 185.
- [21] Pawula R F, Rice S O, Roberts J H. Distribution of the phase angle between two vectors perturbed by gaussian noise[J]. IEEE Transactions on Communications, 1982, 30 (8): 1828 – 1841.

作者简介



徐东苓 女, 1996年生于山东省济宁市, 毕业于西安电子科技大学, 获硕士学位, 现为西安电子科技大学通信工程学院博士研究生, 主要研究方向为无线光通信、涡旋光束和激光在海洋中的传播。



岳 鹏(通信作者) 男, 1976年生于陕西省西安市, 毕业于西安电子科技大学, 获博士学位, 现为西安电子科技大学通信工程学院副教授、博士生导师, 主要研究方向为下一代无线网络、无线光通信和车载自组织网络。

E-mail: pengy@xidian.edu.cn



易 湘 女, 1982年生于陕西省临潼市, 毕业于西安电子科技大学, 获博士学位, 现为西安电子科技大学通信工程学院讲师、硕士生导师, 主要研究方向为无线光通信和6G无线光信道建模。